

畦田灌溉水流演进计算简化模型研究^{*}

周振民, 刘月

(华北水利水电学院, 河南 郑州 450008)

摘要: 在对水量平衡模型进行修改的基础上, 结合零惯量运动方程, 以水量平衡方程为基础, 对畦灌水流演进模型的结构进行了研究。应用无因次系统模型, 求得了模型的显式和隐式解。该模型可以用来计算畦灌水流演进距离。对山东省陈垓引黄灌区畦灌水流演进计算结果表明, 该模型比以往使用的模型简单, 计算精度与较复杂的零惯量模型的计算精度相当。模型计算不需编程, 可以用手算完成全部计算过程, 解决了传统的水量平衡模型无法解决的问题。

关键词: 畦田灌溉; 水流演进模型; 水量平衡模型

中图分类号: S274.1 **文献标识码:** A

1 引言

水流演进状态计算是地表灌溉评价的基本内容之一。描述畦灌水流运动的模型一般可分为 4 种主要类型, 即: 水流动力学模型(FH); 零惯量模型(ZI); 动力波模型(KW)和水量平衡模型(VB)。尽管水量平衡模型的精度要比其它模型差一些, 但是由于其简单性, 使它得到了广泛地应用。实践证明, 对于一般性工作和工程问题的反复求解问题, 最好的方法是精度和简单性综合考虑。有关水量平衡模型无因次分析研究以往作了大量工作^[1]。

水量平衡模型有不同的解法, 其精度和简单性各不相同。各类解法的不同主要反映在估计模型变量时使用的假定条件不同。尤其是入流深度和地下剖面形状参数的差异。最著名的水量平衡模型要属 Hall 等人 1956 年提出的方法^[2], 该方法采用逐时段连续计算水流演进距离的方法, 每一时段的解均与前一时段末的值有关。其数值解方程如下:

$$x_i = \frac{Q_0 \delta_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{Z_{0,i-k+1} - Z_{0,i-k}}{2} \delta_k}{\sigma_y Y_0 + \alpha_t Z_{0,1}} + x_{i-1} \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

式中: x_i 为时段 i 内的水流演进距离; Q_0 为畦田单宽流量; δ_i 为时间增量; k 为距离指标; Z_0 为入渗水量; δ_k 为距离增量; σ_y 为地表水流剖面形状系数; Y_0 为入流地表水深度; α_t 为地下水剖面形状系数; $Z_{0,1}$ 为 t 时刻地下水深度。式中, σ_y 通常取为常数; 取值范围一般为 0.7~0.9; α_t 变化较大, 对于每一个水量平衡模型估值均不相同。Hall 建议用下式计算:

$$\alpha_t = \frac{1}{1 + \alpha} \quad (2)$$

式中: α 为 Kostikov 入渗函数指数。

Valiantzas (1997) 将水量平衡方程和地表形状参数计算公式相结合, 用迭代法求解水流演进距离:

$$Q_{ot} = \sigma_y Y_{0x} + \alpha_t Z_{0x} \quad (3)$$

$$\alpha_t = \frac{\alpha \pi (1 - \alpha)}{\sin(\alpha \pi)} - \left[\frac{\alpha \pi (1 - \alpha)}{\sin(\alpha \pi)} - \frac{1}{1 + \alpha} \right] \left[2.6 \left(\frac{\sigma_y Y_{0x}}{Q_{ot}} \right)^{\frac{2}{1+\alpha}} - 1.6 \left(\frac{\sigma_y Y_{0x}}{Q_{ot}} \right)^{\frac{2}{1+\alpha}} \right] \quad (4)$$

* 收稿日期: 2004-12-10

基金项目: 水利部水利发展“十一五”规划重大课题研究项目

作者简介: 周振民(1953-), 男, 河南封丘人, 教授, 博士, 主要研究方向: 水文水资源与农田水利工程等

式中各项符号与前面定义相同。

水量平衡模型, 在求解该模型时作了许多改进和简化。但是均未考虑动力方程的作用。1993年 Valiantzas 将水量平衡模型的 Hall 解与零惯量动力方程相联合, 计算了畦灌的水流演进距离。但是, 模型为隐式解, 无法满足计算机编程的要求。因此, 在保持一定计算精度的条件下, 建立畦灌水流演进距离计算简化数学模型。

2 模型建立

为方便期间, 模型中使用的参数均为无因次。引入以下无因次变量:

$$Q^* = \frac{Q}{Q_R}; \quad Y^* = \frac{Y}{Y_R}; \quad t^* = \frac{t}{T_R}; \quad x^* = \frac{x}{X_R} \quad (5)$$

式中: Q^* , Y^* , t^* , x^* 分别为无因次流量, 面积, 时间和距离。非零参考变量 Q_R, Y_R, T_R, X_R 按下面公式确定:

$$Q_R = Q_0; \quad Y_R = Y_N, \quad T_R = \left(\frac{Y_R}{K} \right)^{\frac{1}{\alpha}}, \quad X_R = \frac{Q_R T_R}{Y_R} \quad (6)$$

式中: K, a 为 Kostikov 入渗方程的经验系数:

$$Z = K t^a \quad (7)$$

正常水流深度 Y_n 按满宁公式计算:

$$Y_n = \left[\frac{n Q_0}{\sqrt{S_0}} \right]^{\frac{3}{5}} \quad (8)$$

式中: n 为糙率; S_0 为田间坡度; 相应地, 方程(3)的无因次形式可写为:

$$t^* = \alpha_Y Y_0^* x^* + \alpha_T t^{*\alpha} x^* \quad (9)$$

整理后:

$$\alpha_Y Y_0^* x^* + \alpha_T t^{*\alpha} x^* - t^* = 0 \quad (10)$$

按照 Alazba (1999) 提出的计算公式, 即:

$$\alpha_T = \frac{\alpha + \beta(x^*/t^*)}{1 + \gamma(x^*/t^*)} \quad (11)$$

所以, 方程(10)可以写为:

$$\alpha_Y Y_0^* x^* + \frac{\alpha + \beta(x^*/t^*)}{1 + \gamma(x^*/t^*)} t^{*\alpha} x^* - t^* = 0 \quad (12)$$

用 t^* 乘方程二边并整理, 得:

$$\gamma \alpha_Y Y_0^* + \beta t^{*\alpha} x^{*2} + \alpha_Y Y_0^* t^* - \gamma t^* + \alpha_T t^{*\alpha} x^* - t^{*2} = 0 \quad (13)$$

上式为一个二次方程式, 无因次水流演进距离 x^* 可以用下式计算:

$$x^* = \frac{\sqrt{(\alpha_Y Y_0^* + \alpha_T t^{*\alpha} - \gamma)^2 + 4(\beta t^{*\alpha} + \gamma \alpha_Y Y_0^*)} - (\alpha_Y Y_0^* + \alpha_T t^{*\alpha} - \gamma)}{2 t^{*\alpha} (\beta t^{*\alpha} + \gamma \alpha_Y Y_0^*)} \quad (14)$$

应当注意, 方程(14)中的 α_Y 为非常量, 可用下式近似计算:

$$\alpha_Y = \frac{(1 + P)^{0.2}}{\epsilon + (1 + P)^{0.2}} \quad (15)$$

式中: $P = S_0 Q_R T_R / Y_R^2$, ϵ 为常量参数, 可取为 0.5, 在推导方程(15)时, 为说明是否考虑了不同条件下的 Kostikov 指数 a 的取值范围, 但是实例计算证明 a 的取值不等于 0.5, 方程(15)说明 α_Y 随 P 而变化。不过, 为简便计, 取 α_Y 等于 0.5, 其误差不大。方程(14)的右边, 除了 Y_0^* 外, 其余各项均为已知, 因此, 需要有另外的一个解。

3 模型求解

3.1 隐式解

解方程(14)最简单的方法是假定一个均匀的人流深度, 这时, 可以取 $Y_0^* = 1$, 对于入流深度的临时变化, 忽略加速度项, 当上游末端 ($S = 0$) 时, 运动方程可用下式计算:

$$\left. \frac{\partial y}{\partial s} \right|_{s=0} = S_y = S_0 - S_f \quad (16)$$

方程(16)中, S_y 为水面坡度, S_f 为摩擦系数。如果地表水流形式用下式计算:

$$Y = Y_0 \left[1 - \frac{S}{x} \right]^{\frac{xy}{(1+P)} \alpha^2} \quad (17)$$

用满宁公式计算 S_f , 由于在 $s = 0$ 处计算运动方程, 并引进无因次概念, 取 $\epsilon = 0.5$, 注意, $X_R = Q_R T_R / Y_R$, 且 $Q_0^* = 1.0$, 经整理后, 运动方程(16)最终的无因次形式为:

$$Y_0^* = \left[\frac{Y_0^*}{2P(1+P)\alpha^2 x^*} + 1 \right]^{-3/10} \quad (18)$$

从上面方程可以看出, 方程(14)无法求得显式解, 因为 Y_0^* 是 x^* 的函数, 应用重复迭代方法, 首先假定一个初值 Y_0^* , 解方程(14), 求得 x^* , 然后将 x^* 和初值 Y_0^* 代入方程(18), 解出改进值 Y_0^* , 如果初值与计算的 Y_0^* 之间的差值足够小, 求解结束。否则, 重复计算 Y_0^* 。

3.2 显式解

将 Y_0^* 直接与 t^* 建立相关关系, 可求得方程(14)的显式解。应用方程(14)和(18)生成模拟数据, 将 α 值 (0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9) 和 P 值 (0.001, 1.0, 100) 相组合, 实践证明, Y_0^* 随 t^* 和 P 变化较大, 而随 α 值变化不大。当 α 分别取值为 1.61; 0.75 和 0.24 时, 对应的 P 值取值 100, 1, 0.001, 则可以得到下式:

$$Y_0^* = (0.75P^{0.165}) t^{*0.16} \quad (19)$$

经过分析, 上式可简化为:

$$Y_0^* = (P t^*)^{0.17} \quad (20)$$

将方程(20)代入方程(14), 可求得无因次水流演进 x^* 的显式解, 该显式解称之为水量平衡-零惯量 (VB-ZI) 模型的显式解。对三组 P 值 (100, 1, 0.001) 和三组 α 值 (0.2, 0.5, 0.8), 分别计算无因次水流演进距离, 点绘如图 1, 由图 1 可见, 显式解计算结果与精确的隐式模型解计算结果相比, 二者精度基本相当。因此, 可以用显式模型解来代替隐式模型解, 其误差很小。但是, Y_0^* 不能大于 1。

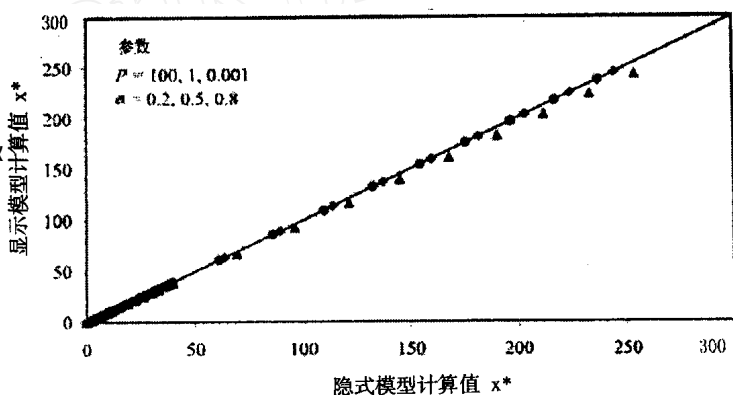


图 1 无因次显式模型和隐式模型解计算 x^* 对比

4 计算实例

现以山东省梁山县陈垓引黄灌区自流区畦田灌溉为例, 分别用零惯量模型 (ZI)、研究的显式解模型和隐式模型计算水流演进距离。经过田间规划与整备, 畦田各项特征参数为: 入流量: $Q_0 = 0.0033 \text{ m}^3 / (\text{s} \cdot \text{m})$; 糙率系数: $n = 0.035$; 田面坡度: $S_0 = 0.001$; 入渗系数: $k = 0.0143 \text{ m} / \text{min}^a$; 入渗指数: $a = 0.358$; 计算结果

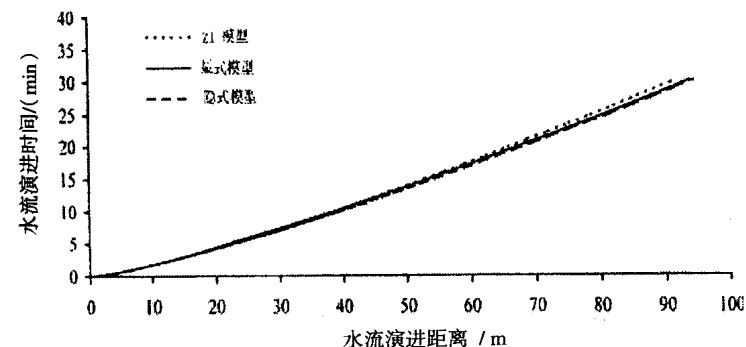


图 2 均匀田间坡度条件下水流演进距离计算结果对比

见图 2。由图可见, 零惯量 (ZI) 模型、研究的显式模型和隐式模型计算结果吻合很好。

实践中, 方程(20)可用来估算畦灌入流达到正常水深的时, 即: 当 Y_n^* 等于 1 时, 即达到了正常深度。从数学上来说, 方程(20)的形式为:

$$t^* = \frac{1}{P} \quad (21)$$

注意到 $t^* = t / T_R$; $P = S_0 Q_R T_R / Y_R^2$, 正常田间水深发生时间可用下式计算:

$$t_n = \frac{Y_n^2}{S_0 Q_0 (60)} \quad (22)$$

式中: t_n 为入流水深等于 1 时所需的时间。注意方程(22)中 t_n 和 Q_0 的单位分别为 min 和 $\text{m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$ 。

5 模型有效性和精度分析

根据方程(20)和(18)以及 P 的定义,模型的显式解和隐式解均不适用于水平畦田(即 $S_0=0$)的情况。但是,应用零惯量 S_0 值可以得到很好的水流演进距离计算结果。如前所述,模型是在假定 α 与变动入流水深 Y_0 无关的条件下推导的。换言之,方程(11)是在 Y_0 不变且为正常水深条件下推导的,但对于变动入流水深条件下仍有效。而模型的精度取决于它的基本假定条件与实际情况的符合程度。

计算实例和田间应用表明,模型的计算精度可以控制在 5% 以内。毋庸置疑,随着 P 值的增加以及 Y_0 接近于 Y_n ,模型计算精度将会增加。

6 结论

建立了畦田水流运动简化数学模型。模型可以通过简单的迭代求得隐式解或显式解。当水流入流深度随时间发生较大变化时,模型仍有效。但是当田面坡度为 0 时,模型无效。

模型可用于地表灌溉系统分析,尤其是适用于畦田灌溉情况。模型还可以用于其它方面的分析研究,因为水流演进计算是设计、评价和地表灌溉系统管理的基本内容。

参考文献:

- [1] Hart WE, Bassett D, Strelkoff T. Surface irrigation hydraulics-kinematics[J]. J Irrig Drain Div ASCE, 1968, 94: 419 ~ 440
- [2] Hall WA. Estimating irrigation border flow [J]. AGRIC Eng, 1956, 37: 263 ~ 265.
- [3] Slazba AA, Strelkoff T. Correct form of Hall technique for border irrigation advance[J]. J Irrig Drain Div ASCE 1994, 120: 292 ~ 307.
- [4] Slazba AA. Explicit volume balance model solution[J]. J Irrig Drain Div ASCE, 1999, 125: 273 ~ 279.
- [5] 周振民,周兰香.畦田灌水技术优化设计研究[J].灌溉排水,1994,13(3).
- [6] 郭元裕.农田水利学[M].北京:水利电力出版社,1985.

Simplified Water Advance Calculation Model for Border Irrigation

ZHOU Zhenmin, LIU Yue

(North China College of Water Conservancy and HydroPower, Zhengzhou 450008, China)

Abstract The explicit volume balance model was modified and combined with the motion equation of the zero inertia to predict water advance in border irrigation. A system of dimensionless notation was used to obtain implicit and explicit solutions of the model. It shows that through application in Chengai Irrigation District of Shandong Province, this model is simpler than previously used models, yet maintains a high degree of accuracy. The proposed model requires no programming and can easily be performed using a hand calculator. The outcomes of the proposed model were comparable to those of the more sophisticated zero inertia model. Using well-documented field examples, the proposed model provided acceptable results, implying that it could be used in practice to determine the advance distance with insignificant errors. In addition, the model is applicable to conditions under which the traditional volume balance model fails.

Key words: border irrigation; water advance model; water balance model